الدحيح

في الرياضيات

ليلة الامتحان في الهندسة

للصف الثالث الاعدادي

الفصل الدراسي الثاني

أ / محمد شفاعي

01012808996

أولا : التراكمي :

① اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ...

٦٠°	١٢٠°	١٨٠°	٣٦٠°

(٢) مربع طول ضلعه ٥ سم فإن مساحته = ... سم²

٢٥	٢٠	٥٠	١٠

(٣) مربع مساحته ٥٠سم² فإن طول قطره = ... سم

٥	١٠	١٥	٢٥

(٤) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع = ...

٣٠°	٤٥°	٦٠°	١٢٠°

(٥) في Δ أ ب ج إذا كان (أ ب)² + (ب ج)² = (أ ج)² فإن ∠ ب تكون ....

منفرجة	قائمة	حادة	مستقيمة

(٦) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي = ...

١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°	٧٢٠°

(٧) عدد أقطار الشكل الخماسي هو ....

٣	٥	٧	٩

(٨) مربع مساحته ١٠٠سم² فإن محيطه = ... سم

١٠	٢٠	٣٠	٤٠

(٩) المضلعان المتشابهان زواياهما المتناظرة ...... في القياس .

مختلفة	متناسبة	متبادلة	متساوية

(١٠) صورة النقطة (−٣ ، ٤) بالانعكاس في محور الصادات هي ....

(٣ ، ٤)	(٣ ، −٤)	(−٣ ، −٤)	(٤ ، −٣)

(١١) أ ب ج ء شكل رباعي فيه : ق(∠ أ) = ٢ ق(∠ ب) فإن ق(∠ ب) = ...

٣٠°	٦٠°	٩٠°	١٢٠°

(١٢) مستطيل طوله ٥ سم ، ومحيطه ١٦سم فإن مساحته تساوي .... سم²

١٥	٤٠	٥٥	٨٠

(١٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ..... : .... من جهة الرأس

٢ : ١	٣ : ١	١ : ٣	١ : ٢

(١٤) الزاوية التي قياسها ٧٠° تكمل زاوية قياسها ....

٧٠°	٢٠°	١١٠°	٢٩٠°

(١٥) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين = ...

صفر	١	٢	٣

(١٦) القطران متساويان في الطول وغير متعامدان في ....

المربع	المعين	المستطيل	متوازي الأضلاع

(١٧) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم يساوي .... طول الوتر

نصف	ضعف	ربع	ثلث

(١٨) معين طولا قطريه ١٢سم ، ١٨سم فإن مساحته = ... سم² .

١٠٨	٢١٦	٥٤	٣٠

(١٩) مربع طول قطره ١٢ سم فإن مساحته = ... سم²

٧٢	١٤٤	١٢	٢٤

(٢٠) مثلث مساحته ٣٠سم² وطول أحد ارتفاعاته ٦سم فإن طول القاعدة المناظرة لهذا الارتفاع = ... سم .

٣٠	٦	١٠	١٢

(٢١) مثلث له محور تماثل واحد وأطوال أضلاعه هي ٨ ، ٤ ، س فإن : س = ... سم

١٢	٨	٤	٢

(٢٢) دائرة محيطها ٨ π فإن طول قطرها = ... سم

٢	٤	٨	١٦

(٢٣) مثلث طول قاعدته ١٦سم وارتفاعه ٩سم فإن مساحته = ... سم² .

٢٥	٧٢	٣٦	١٤٤

(٢٤) الزاوية التي قياسها ٢٠° تتمم زاوية قياسها .....

٢٠°	٤٠°	٧٠°	١٢٠°

(٢٥) قياس الزاوية المنعكسة لزاوية قياسها ١٠٠° تساوي ....

٨٠°	٩٠°	٢٠٠°	٢٦٠°

(٢٦) أ ب جـ مثلث فيه : (أجـ)² > (أب)² + (ب جـ)² فإن (∠ أ ب جـ) تكون ....

منفرجة	حادة	قائمة	مستقيمة

(٢٧) مستطيل طوله ٣سم ، عرضه ٢ سم فإن مساحة سطحه = ... سم².

٤	٥	٦	١٠

(٢٨) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع ....

١	٢	٣	صفر

(٢٩) مجموع طولي أي ضلعين في مثلث ...... طول الضلع الثالث.

أصغر من	يساوي	أكبر من	ضعف

(٣٠) Δ أ ب جـ فيه : (أجـ)² = (أب)² + (ب جـ)² + ٥ فإن ∠ ب تكون ....

حادة	قائمة	منفرجة	مستقيمة

ثانيا : الأسئلة الموضوعية :

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة ......

حادة	منفرجة	مستقيمة	قائمة

(٢) إذا كان المستقيم ل مماساً للدائرة التي قطرها ٨سم فإنه يبعد عن مركزها بمقدار يساوي .... سم

٣	٤	٦	٨

(٣) عدد محاور التماثل لأي دائرة هو ....

صفر	١	٢	عدد لا نهائي

(٤) عدد محاور تماثل نصف الدائرة = ...

صفر	١	٢	عدد لا نهائي

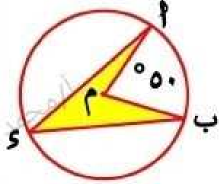
(٥) سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ} وطول نصف قطر أحدهما ٣سم ، م ن = ٨سم فإن طول نصف قطر الدائرة الأخرى = ... سم

٥	٦	١١	١٦

(٦) أ ب جـ د شكل رباعي دائري فيه ق (∠ أ) = ٦٠° فإن : ق (∠ جـ) = ...

٦٠°	٣٠°	٩٠°	١٢٠°

(٧) في الشكل المقابل :

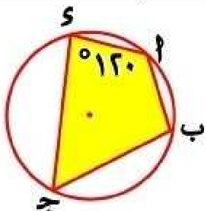


دائرة مركزها م إذا كان : ق (⌒أب) = ٥٠°

فإن : ق (∠ أ ء ب) = ...

٢٥°	٥٠°	١٠٠°	١٥٠°

(٨) في الشكل المقابل :



إذا كان ق (∠ أ) = ١٢٠°

فإن ق (∠ جـ) = ...

٦٠°	٩٠°	١٢٠°	١٨٠°

(٩) قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة = ...

٣٦٠°	١٨٠°	١٢٠°	٩٠°

(١٠) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج = ...

صفر	١	٢	٣

(١١) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة = ...

٤٥°	٩٠°	١٢٠°	١٨٠°

(١٢) الزاوية المماسية هي زاوية محصورة بين ....

وتران	مماسان	وتر ومماس	وتر وقطر

(١٣) م ، ن دائرتان متماستان من الداخل أنصاف أقطارهما ٥سم ، ٩سم فإن : م ن = ... سم

١٤	٤	٥	٩

(١٤) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متحدتي المركز يساوي ....

٣	١	٢	صفر

(١٥) مركز الدائرة الداخلة للمثلث هو نقطة تقاطع ..

متوسطاته	محاور تماثل أضلاعه	ارتفاعاته	منصفات زواياه

(١٦) دائرة طول قطرها (٢س) سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها (س + ١) سم فإن المستقيم يكون .... للدائرة

مماس	محور تماثل	قاطع	خارج

(١٧) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في دائرة ....

متساويان	متوازيان	متقاطعان	متعامدان

(١٨) أ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه :
ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ جـ) فإن : ق (∠ أ) = ...

٦٠°	٣٠°	٩٠°	١٢٠°

(١٩) وتر طوله ٦ سم مرسومة في دائرة طول قطرها ١٠ سم فإن بعد الوتر عن مركز الدائرة يساوي .... سم

٢	١٢	٣	٤

(٢٠) دائرتان م ، ن متماستان من الداخل ، نصفي قطري الدائرتين ٥ سم ، نق سم ، نق > ٥ ، م ن = ٣ سم فإن : نق = ... سم

٦	٨	٧	٩

(٢١) م ، ن دائرتان متقاطعتان في نقطتين طولا نصفي قطريهما ٣ سم ، ٥ سم فإن : م ن ∈ ....

]٨ ، ∞[	]٢ ، ∞[	]٠ ، ٢[	]٢ ، ٨[

(٢٢) قياس القوس الذي يمثل رُبع قياس الدائرة = ...

٦٠°	٩٠°	١٢٠°	١٨٠°

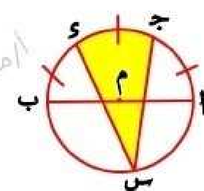
(٢٣) قياس الزاوية المحيطية المرسومة في ربع دائرة = ...

١٣٥°	٤٥°	٩٠°	١٨٠°

(٢٤) النسبة بين قياس الزاوية المماسية وقياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس هي ....

٢ : ١	١ : ٢	١ : ١	٢ : ٥

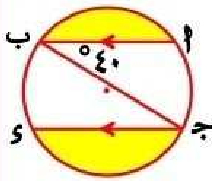
(٢٥) في الشكل المقابل :



أ ب قطر في دائرة م
ق (أ جـ) = ق (جـ ء) = ق (ء ب)
فإن : ق (∠ جـ س ء) = ...

١٥°	٣٠°	٤٥°	٦٠°

(٢٦) في الشكل المقابل :



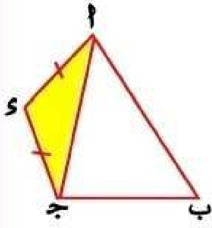
أ ب // جـ ء ، ق (∠ ب) = ٤٠°
فإن : ق (ب ء) = ...

٢٠°	٤٠°	٨٠°	١٦٠°

(٢٧) عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين = ...

١	٢	٣	٤

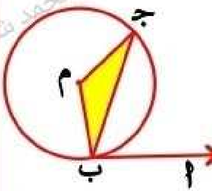
(٢٨) في الشكل المقابل :



إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، ق (∠ أ جـ ء) = ٢٥° ، أ ء = ء جـ فإن ق (∠ ب) = ...

١٣٠°	٦٥°	٥٠°	٢٥°

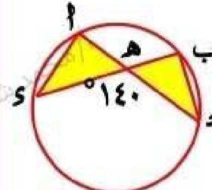
(٢٩) في الشكل المقابل :



إذا كان : ب أ مماس للدائرة م عند ب ، ق (∠ جـ م ب) = ١١٠°
فإن : ق (∠ أ ب جـ) = ...

١١٠°	١٠٠°	٥٥°	٦٠°

(٣٠) في الشكل المقابل :



ق (∠ جـ هـ ء) = ١٤٠°
، ق (∠ أ) = ٨٠° فإن :
ق (∠ جـ) = ...

١٢٠°	١٠٠°	٥٠°	٦٠°

(٣١) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

معين	مستطيل	شبه منحرف	متوازي أضلاع

(٣٢) خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على ...... وينصفه

القطر	الوتر	الوتر المشترك	المماس

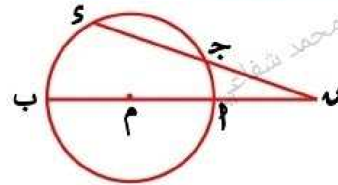
(٣٣) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة يساوى ....

صفر	١	٢	عدد لا نهائي

ثالثا : الأسئلة المقالية :

أسئلة التعاريف والمفاهيم الأساسية :

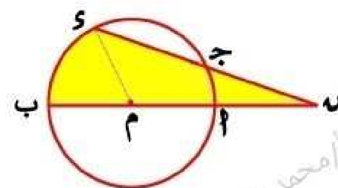
❶ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

ن ب > ن ء

البرهان



نرسم نصف القطر م ء

في Δ ن م ء :

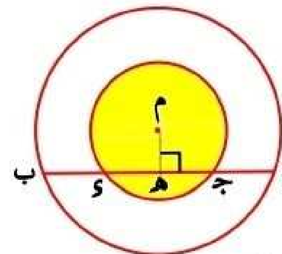
∵ ن م + م ء > ن ء

، ∵ م ب = م ء = نق ∴ ن م + م ب > ن ء

∴ ن ب > ن ء

---

❷ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

أ جـ = ب ء

العمل : نرسم م هـ ⊥ أ ب

البرهان

في الدائرة الكبرى : ∵ م هـ ⊥ جـ ء

∴ هـ أ = هـ ب ⟸ ①

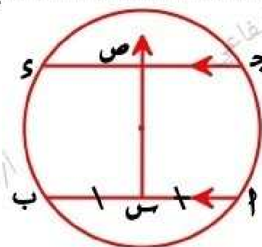
في الدائرة الصغرى : ∵ م هـ ⊥ جـ ء

∴ هـ جـ = هـ ء ⟸ ② بطرح ② من ① ينتج أن

هـ أ − هـ جـ = هـ ب − هـ ء ∴ أ جـ = ب ء

---

❸ في الشكل المقابل :



م دائرة ، أ ب // جـ ء ،

س منتصف أ ب رسم

س م فقطع جـ ء في ص

اثبت أن : ص منتصف جـ ء

البرهان

∵ س منتصف أ ب ∴ م س ⊥ أ ب

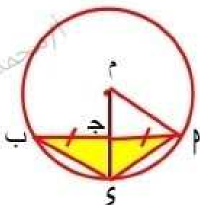
∵ أ ب // جـ ء ، س ص قاطع لهما

∴ ق (∠ ء ص س) = ق (∠ أ س ص) = ٩٠°

∵ م ص ⊥ جـ ء ∴ ص منتصف جـ ء

---

❹ في الشكل المقابل :



أوجد : أولاً : طول م جـ

ثانياً : مساحة Δ أ ء ب

البرهان

∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب ،

أ جـ = ١٢سم من نظرية فيثاغورث

(م جـ)^2 = (١٣)^2 − (١٢)^2 = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ م جـ = ٥سم ، ∵ م ء = نق = ١٣سم

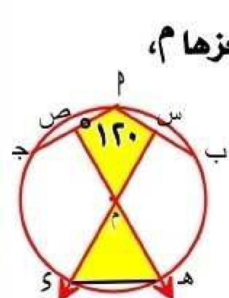
∴ جـ ء = ١٣ − ٥ = ٨سم

∵ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × ارتفاعه

∴ مساحة المثلث أ ء ب = $\frac{1}{2}$ × ٢٤ × ٨ = ١٢ × ٨ = ٩٦سم^2

---

❺ في الشكل المقابل :



أ ب ، أ جـ وتران فى دائرة مركزها م،

ق (∠ب أ جـ) = ١٢٠°

س ، ص منتصفا أ ب ، أ جـ ،

رسم س م فقطع الدائرة في

ء ، رسم ص م فقطع الدائرة في هـ .

اثبت أن : Δ ء م هـ متساوي الأضلاع .

البرهان

∵ س ، ص منتصفا أ ب ، أ جـ

∵ $\overline{م س} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠أ س م) = ٩٠° ،

$\overline{م ص} \perp \overline{أجـ}$ ∴ ق(∠أ ص م) = ٩٠°

∴ ق(∠س م ص) =

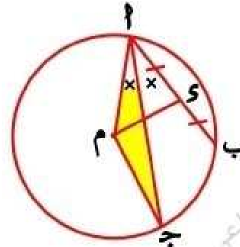
١٨٠° − (١٢٠° + ٩٠° + ٩٠°) = ٦٠°

∵ ق(∠د م هـ) = ق(∠س م ص) = ٦٠°

بالتقابل بالرأس ، ∵ م د = م هـ = نق

∴ Δ د م هـ متساوي الأضلاع

(٦) في الشكل المقابل:



$\overline{أب}$ وتر في الدائرة م ،

$\overrightarrow{أجـ}$ ينصف ∠ ب أ م ويقطع

الدائرة م في جـ ، إذا كان د

منتصف $\overline{أب}$ **فاثبت أن:** $\overline{م د} \perp \overline{جـ م}$

البرهان

∵ $\overrightarrow{أجـ}$ ينصف ∠ ب أ م

∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠م أ جـ) ⟸ (١)

∵ م أ = م جـ = نق

∴ ق(∠م أ جـ) = ق(∠م جـ أ) ⟸ (٢)

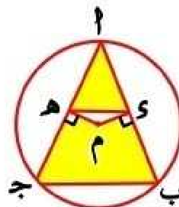
من (١) ، (٢) ينتج أن:

ق(∠ب أ جـ) = ق(∠م جـ أ) وهما في وضع تبادل

∴ $\overline{أب}$ // $\overline{م جـ}$ ∵ د منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{م د} \perp \overline{أب}$

∴ $\overline{م د} \perp \overline{جـ م}$

(٧) في الشكل المقابل:



اثبت أن: $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ وإذا كان:

ب جـ = ٨سم فاوجد طول $\overline{د هـ}$

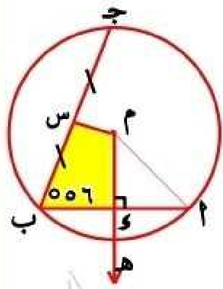
البرهان

∵ $\overline{م د} \perp \overline{أب}$ ∴ د منتصف $\overline{أب}$

، ∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{أجـ}$ ∴ هـ منتصف $\overline{أجـ}$

∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ، د هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = ٤سم

(٨) في الشكل المقابل:



دائرة طول نصف قطرها ٥سم

، أب = ٨سم

أوجد: أولاً: ق(∠د م س)

ثانياً: طول $\overline{د هـ}$

البرهان

∵ س منتصف $\overline{ب جـ}$ ∴ $\overline{م س} \perp \overline{ب جـ}$

، $\overline{م د} \perp \overline{أب}$ ∴ ق(∠د م س) =

١٨٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٥٦°) = ١٢٤°

نرسم $\overline{م أ}$ ∵ $(م د)^2$ = ٢٥ − ١٦ = ٩

∴ م د = ٣ سم ∴ د هـ = ٥ − ٣ = ٢سم

أسئلة أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة:

(١) دائرتان م ، ن نصفي قطريهما ٩سم ، ٤سم على الترتيب بين وضع كل منهما بالنسبة للأخرى في الحالات الآتية:

(١) م ن = ١٣سم (٢) م ن = صفر

(٣) م ن = ١٠سم

البرهان

المجموع ١٣ ، الفرق ٥

متباعدتان | متماستان من الخارج | متقاطعتان | متماستان من الداخل | متداخلتان

(١) م ن = $نق_1 + نق_2$

∴ الدائرتان متماستان من الخارج

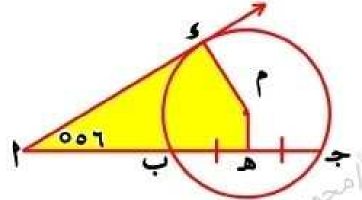
(٢) م ن = صفر ∴ الدائرتان متحدتي المركز

(٣) $نق_1 - نق_2 < م ن < نق_1 + نق_2$

∴ الدائرتان متقاطعتان .

❷ في الشكل المقابل :

أوجد ق(∠ء م هـ)



البرهان

∵ أ ء مماس للدائرة م ∴ م ء ⊥ أ ء

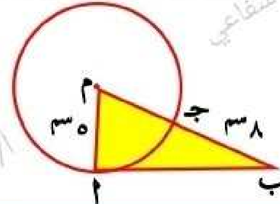
∵ هـ منتصف ب جـ ∴ م هـ ⊥ ب جـ

∴ ق(∠ء م هـ) =

°360 − (°90 + °90 + °56) = °124

❸ في الشكل المقابل :

أوجد محيط المثلث م أ ب



البرهان

∵ م أ = م جـ = نق ∴ م جـ = ٥سم ،

∵ م ب = م جـ + ب جـ ∴ م ب = ٨ + ٥ = ١٣سم

∴ من نظرية فيثاغورث (أب)² =

(١٣)² − (١٢)² = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

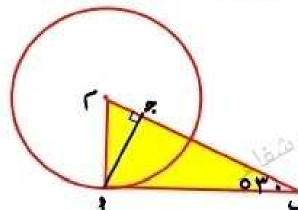
∴ أب = ٥سم

∴ محيط المثلث م أ ب = ١٣ + ١٢ + ٥ = ٣٠سم

❹ في الشكل المقابل :

م أ = ٨سم ،

أوجد طول : أب ، أجـ



البرهان

∵ أ ب مماس للدائرة ∴ ق(∠أ) = °90

، ∵ ق(∠أ ب م) = °30 ∴ ب م = ٢ م أ

∴ ب م = ١٦سم ، ومن فيثاغورث

∴ (أب)² = (١٦)² − (٨)² = ٨√٣ سم

∵ أ جـ ⊥ م ب ∴ ق(∠أ جـ ب) = °90

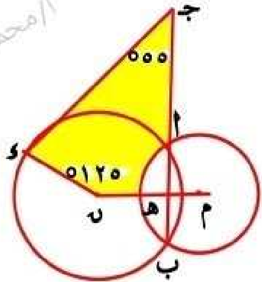
∴ أجـ = ½ أب = ٤√٣

❺ في الشكل المقابل :

أثبت أن :

جـ ء مماس للدائرة

ن عند ء



البرهان

∵ الدائرتان متقاطعتان ، م ن خط المركزين ،

أب الوتر المشترك ∴ م ن ⊥ أب

∴ ق(∠ء) = °١٨٠ − (°١٢٥ + °٥٥ + °٩٠) = °٩٠

∴ ن ء ⊥ جـ ء ∴ جـ ء مماس للدائرة ن عند ء

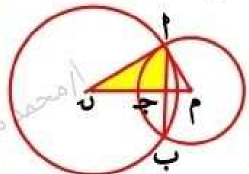
❻ في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ،

م ن ∩ أب = {جـ}

م أ = ٦سم ، أ ن = ٨سم

، م أ ⊥ أ ن أوجد طول أب



البرهان

∵ م أ ⊥ أ ن ∴ ق(∠أ) = °٩٠

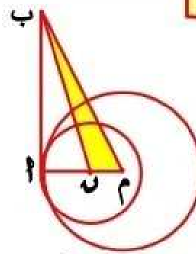
من نظرية فيثاغورث (م ن)² = (٦)² + (٨)² =

٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ ∴ م ن = ١٠سم

∴ أجـ = (٦ × ٨)/١٠ = ٤٨/١٠ = ٤,٨

∵ جـ منتصف أب

∴ طول أب = ٢ × ٤,٨ = ٩,٦سم



❼ في الشكل المقابل:

م ، ن دائرتان طولا نصفي قطريهما ١٠سم ، ٦سم

، مساحة Δ ب م ن = ٢٤سم² أوجد طول أ ب

البرهان

∵ الدائرتان متماستان من الداخل عند أ

∴ أ ∈ م ن ، م ن ⊥ أ ب

∴ أ ب ارتفاع للمثلث ،

∵ م ن = ١٠ − ٦ = ٤سم

∵ مساحة Δ ب م ن = ½ م ن × أ ب

∴ ٢٤ = ½ × ٤ × أ ب ∴ أ ب = ١٢سم

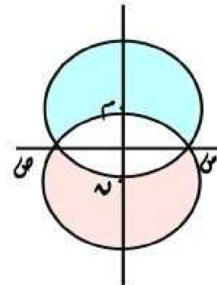
أسئلة تعيين الدائرة:

❶ باستخدام الأدوات الهندسية (المسطرة والفرجار) ، ارسم س ص حيث س ص = ٦ سم ثم ارسم دائرة طول نصف قطرها ٥ سم وتمر بالنقطتين س ، ص. كم عدد الدوائر ؟

البرهان

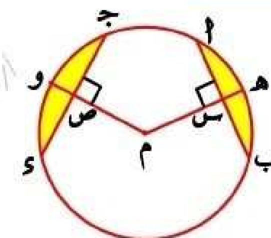
عدد الدوائر هما

دائرتان مركزهما م ، ن



أسئلة علاقة أوتار الدائرة بالمركز:

❶ في الشكل المقابل:



إذا كان : أ ب = جـ د

اثبت أن :

هـ س = و ص

البرهان

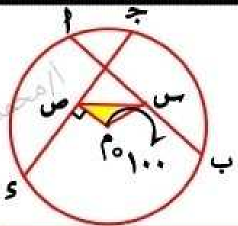
∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ جـ د

، أ ب = جـ د ∴ م س = م ص ← ①

، م هـ = م و = نق ← ② بطرح ① من ②

∴ هـ س = و ص

❷ في الشكل المقابل:



إذا كان : أ ب = جـ د

فأوجد : ق (∠ م س ص)

البرهان

∵ م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ جـ د

، أ ب = جـ د ∴ م س = م ص

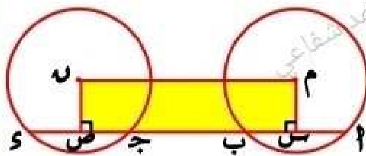
في Δ م س ص : ∵ ق (∠ س م ص) = ١٠٠°

∴ ق (∠ م س ص) = $\frac{١٨٠° - ١٠٠°}{٢}$ = ٤٠°

❸ في الشكل المقابل:

إذا كان م ، ن دائرتان متطابقتان ،

أ ب = جـ د



فأثبت أن : الشكل م س ص ن مستطيل

البرهان

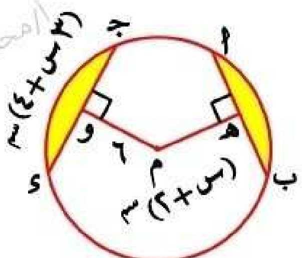
∵ م س ⊥ أ ب ، ن ص ⊥ جـ د

، أ ب = جـ د ∴ م س = ن ص

∵ م س // ن ص ، م س ⊥ أ ب

∴ الشكل م س ص ن مستطيل

❹ في الشكل المقابل:



إذا كان : أ ب = جـ د

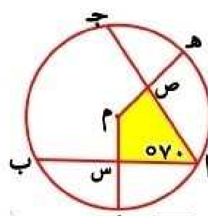
فأوجد كل من :

قيمة س ، طول جـ د

البرهان

∵ مهـ = مو ∴ س+٢ = ٦ ∴ س = ٤سم
، جـء = ٣س + ٤ = ٣×٤ + ٤ = ١٦سم

٥ في الشكل المقابل :

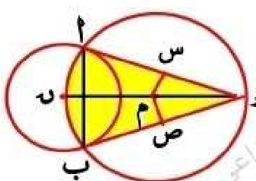


أب ، أجـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م
، س منتصف أب ، ص منتصف أجـ ،
ق(∠جـأب) = ٧٠° ① أوجد ق(∠ءمهـ)
② اثبت أن : سء = صهـ

البرهان

∵ س منتصف أب ∴ م س ⊥ أب
∵ ص منتصف أجـ ∴ م ص ⊥ أجـ
∴ ق(∠ءمهـ) = ٣٦٠° − (٩٠° + ٩٠° + ٧٠°) = ١١٠° ← المطلوب أولاً
∵ أب = أجـ (وتر = وتر) ،
م س ⊥ أب ، م ص ⊥ أجـ
∴ م س = م ص ← ①
∵ مء = مهـ = نق ← ② بطرح ① من ②
∴ مء − م س = مهـ − م ص
∴ سء = صهـ ← ثانياً

٦ في الشكل المقابل :



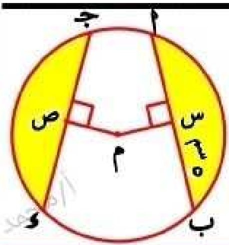
الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}
، أب ∩ م ن = {جـ}
ء ∈ م ن ، م س ⊥ أء
، م ص ⊥ ب ء اثبت أن : م س = م ص

البرهان

∵ م ن خط المركزين ، أب الوتر المشترك
∴ م ن محور تماثل أب ، ∵ ء ∈ أب
∴ ءأ = ءب

، ∵ م س ⊥ أء ، م ص ⊥ ب ء
∴ م س = م ص

٧ في الشكل المقابل :

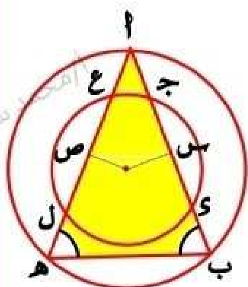


م دائرة ، م س = م ص ،
أوجد : طول جـء

البرهان

∵ م س = م ص ، ∴ أب = جـء
∵ س منتصف أب ، ∴ أب = ١٠سم
∴ جـء = ١٠سم

٨ في الشكل المقابل :

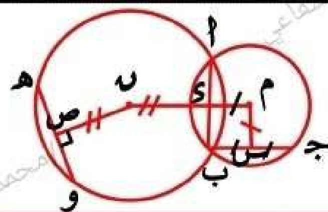


إذا كان :
ق(∠أبهـ) = ق(∠أهـب)
فاثبت أن :
جـء = ع ل
العمل : نرسم : م س ⊥ أب ، م ص ⊥ أهـ

البرهان

في Δ أبهـ ∵ ق(∠أبهـ) = ق(∠أهـب)
∴ أب = أهـ
في الدائرة الكبرى : ∵ أب = أهـ
∴ م س = م ص
في الدائرة الصغرى : ∵ م س = م ص
∴ جـء = ع ل

٩ في الشكل المقابل :



اثبت أن :
ب جـ = هـ و

البرهان

∵ م ن خط المركزين ،
أب الوتر المشترك ∴ م ن ⊥ أب

في الدائرة م :

∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ

∵ م س ⊥ ب جـ ، م ى ⊥ أ ب ، م س = ب جـ

∴ ب جـ = أ ب ⟵ (١)

في الدائرة ن :

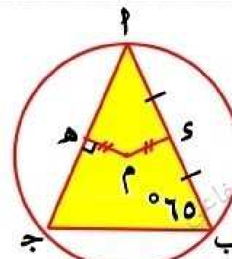
∵ ن ص ⊥ هـ و ، ن ى ⊥ أ ب ، ن ص = ن ى

∴ هـ و = أ ب ⟵ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ب جـ = هـ و

---

(١٠) في الشكل المقابل :



إذا كان :

م ى = م هـ

فأوجد : ق (∠ أ)

البرهان

∵ ى منتصف أ ب

∴ م ى ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ جـ ، م ى = م هـ

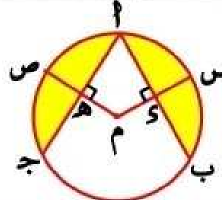
∴ أ ب = أ جـ

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) = ٦٥°

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠°

---

(١١) في الشكل المقابل :



أثبت أن :

س ى = ص هـ

البرهان

∵ م ى ⊥ أ ب ، م هـ ⊥ أ جـ

، أ ب = أ جـ ∴ م ى = م هـ ⟵ (١)

، م س = م ص = نق ⟵ (٢) بطرح (١) من (٢)

∴ س ى = ص هـ

أسئلة الزوايا والأقواس :

(١) في الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ م أ ب) = ٢٠°

أوجد : ق (∠ ب هـ ى) ، ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى ب}}$)

البرهان

∵ م أ = م ب = نق

∴ ق (∠ م أ ب) = ق (∠ م ب أ) = ٢٠°

، ∵ جـ منتصف أ ب ∴ م جـ ⊥ أ ب

∴ ق (∠ أ جـ م) = ق (∠ ب جـ م) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب م ى) = ٧٠°

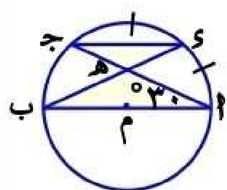
∴ ق (∠ ب هـ ى) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م ى) = ٣٥°

محيطية ومركزية مشتركتان في نفس القوس

، ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى ب}}$) = ق (∠ أ م ب) = ١٤٠°

---

(٢) في الشكل المقابل :



(١) أوجد :

ق (∠ ب ى جـ) ، ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى}}$)

(٢) أثبت أن : أ ب // جـ ى

البرهان

∵ ق (∠ ب ى جـ) = ق (∠ ب أ جـ) = ٣٠°

، ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ٦٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ى جـ}}$)

∵ أ ب قطر في الدائرة

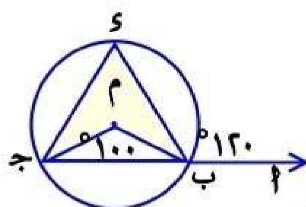
∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى}}$) = $\frac{١٨٠ - ٦٠}{٢}$ = ٦٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)

∴ أ ب // جـ ى يحصران قوسين متساويين

---

(٣) في الشكل المقابل :



أوجد بالبرهان :

ق (∠ ب ى جـ)

البرهان

∵ ∠ب ء جـ محيطية ، ∠ب م جـ مركزية

مشتركتان في ب جـ

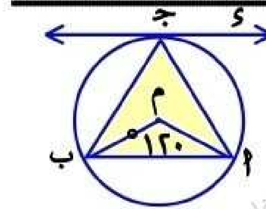
و (∠ب ء جـ) = $\frac{1}{2}$ و (∠ب م جـ) = ٥٠°

∵ ∠أ ب ء خارجة عن المثلث ب ء جـ

∴ و (∠ب ء جـ) = ١٢٠° − ٥٠° = ٧٠°

---

٤ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

Δ جـ أ ب متساوي الأضلاع

البرهان

∵ ∠أ جـ ب محيطية ، ∠أ م ب مركزية

مشتركتان في أ ب

∴ و (∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ و (∠أ م ب) = ٦٠°

∵ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overline{أ ب}$ ∴ و (أ جـ) = و (ب جـ)

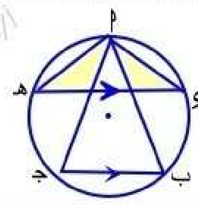
∴ أ جـ = ب جـ

و (∠جـ أ ب) = و (∠جـ ب أ) = ٦٠°

∴ Δ جـ أ ب متساوي الأضلاع

---

٥ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

و (∠ء أ جـ) = و (∠ب أ هـ)

البرهان

∵ $\overline{ء هـ}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ و (ء ب) = و (هـ جـ)

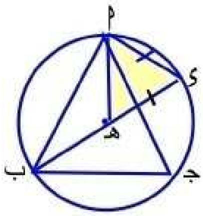
و (∠ء أ ب) = و (∠هـ أ جـ)

وبإضافة و (∠ب أ جـ) للطرفين

∴ و (∠ء أ جـ) = و (∠ب أ هـ)

---

٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث متساوي الاضلاع

أثبت أن :

المثلث أ ء هـ متساوي الاضلاع

البرهان

∵ Δ أ ب جـ متساوي الاضلاع

∴ و (∠أ ب جـ) = ٦٠°

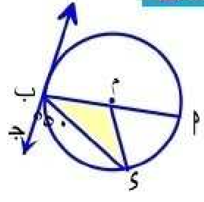
∵، و (∠أ ء جـ) = و (∠أ ب جـ) = ٦٠°

محيطيتان مشتركتان في ء جـ ، ∵ أ ء = ء هـ

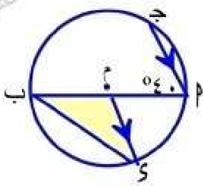
∴ Δ أ ء هـ متساوي الاضلاع

---

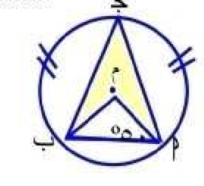
٧ في كل من الأشكال الآتية ادرس الشكل ثم أكمل :



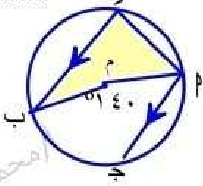
و (∠أ م ء) = ٨٠° ....



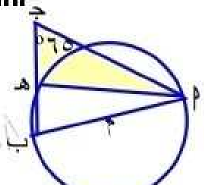
و (∠ب ء م) = ٢٠° ....



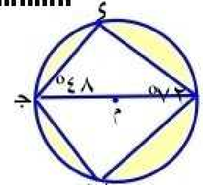
و (∠جـ أ م) = ٢٠° ....



و (∠جـ أ ء) = ١١٠° ....



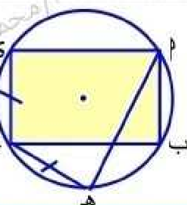
و (∠جـ أ هـ) = ٢٥° ....



و (∠ب أ جـ) = ٣٠° ....

---

٨ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

أ هـ = ب جـ

البرهان

∵ أب = جـ ى من خواص المستطيل ← (١)

∵ جـ هـ = جـ ى ← (٢) ∴ أب = جـ هـ

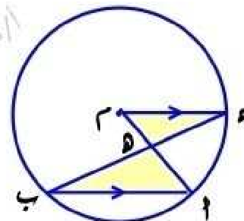
∴ ق (أب) = ق (جـ هـ)

وبإضافة ق (ب هـ) للطرفين

∴ ق (أب هـ) = ق (جـ هـ ب) ∴ أهـ = ب جـ

---

(٩) في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ وتر في الدائرة م ،

$\overline{\text{جـ م}}$ // $\overline{\text{أب}}$

، $\overline{\text{ب جـ}}$ ∩ $\overline{\text{أم}}$ = {هـ} **أثبت أن :** ب هـ > أهـ

البرهان

∵ $\overline{\text{جـ م}}$ // $\overline{\text{أب}}$

∴ ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ) ⟸ (١)

، ∵ ق (∠ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م جـ)

محيطية ومركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{أجـ}}$

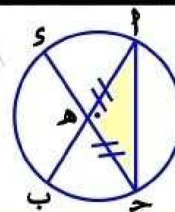
∴ ق (∠ أ م جـ) > ق (∠ ب) ⟸ (٢)

من (١)، (٢) ∴ ق (∠ أ) > ق (∠ ب)

∴ ب هـ > أهـ

---

(١٠) في الشكل المقابل :



أثبت أن :

المثلث أجـ هـ متساوي الساقين

البرهان

∵ أب = جـ ى ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى ب}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ب ى}}$)

وبطرح ق ($\overset{\frown}{\text{ب ى}}$) من الطرفين

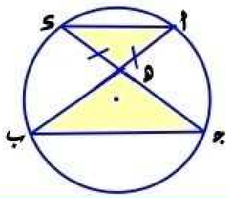
ينتج أن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ جـ)

∴ Δ أجـ هـ متساوي الساقين .

---

(١١) في الشكل المقابل :



أثبت أن :

هـ ب = هـ جـ

البرهان

∵ هـ أ = هـ ى

∴ ق (∠ ى) = ق (∠ أ) ← (١)

∵ ق (∠ أ) = ق (∠ جـ) ← (٢)

محيطيتان مشتركتان في نفس القوس

، ق (∠ ى) = ق (∠ ب) ← (٣)

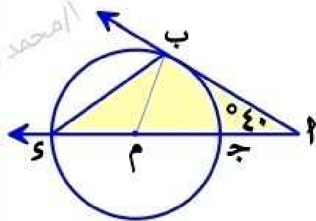
محيطيتان مشتركتان في نفس القوس

من (١)، (٢)، (٣) ينتج أن :

ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) ∴ هـ ب = هـ جـ

---

(١٢) في الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان :

ق (∠ ب ى جـ)

البرهان

العمل : نرسم نصف القطر $\overline{\text{ب م}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ مماس للدائرة عند ب ، $\overline{\text{ب م}}$ نصف قطر

∴ ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

في Δ أ ب م ∵ ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ م ب) = ١٨٠° − (٤٠° + ٩٠°) = ٥٠°

∵ ∠ ب ى جـ المحيطية، ∠ ب م جـ المركزية

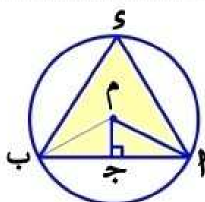
مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$

∴ ق (∠ ب ى جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب م جـ)

∴ ق (∠ ب ى جـ) = = $\frac{1}{2}$ × ٥٠° = ٢٥°

---

(١٣) في الشكل المقابل :



أثبت أن :

ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ ى ب)

البرهان

نرسم $\overline{ب م}$

في Δ م أ ب : ∵ م أ = م ب ، $\overline{م جـ} \perp \overline{أ ب}$

ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ ب م جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)

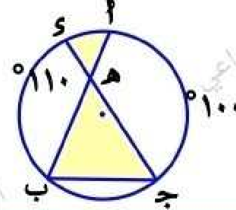
← ① ∵ ∠ أ ء ب المحيطية ، ∠ أ م ب المركزية مشتركتان في $\overset{\frown}{أ ب}$

∴ ق (∠ أ ء ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب) ← ②

من ① ، ② ينتج أن : ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ ء ب)

---

⑭ في الشكل المقابل :



أوجد :

ق (∠ ء جـ ب)

البرهان

∵ ق (∠ ء هـ ب) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{أ جـ}$) + ق ($\overset{\frown}{ء ب}$)]

١١٠ = $\frac{1}{2}$ [١٠٠ + ق ($\overset{\frown}{ء ب}$)]

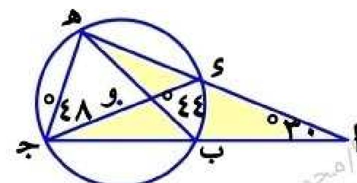
∴ ٢٢٠ = ١٠٠ + ق ($\overset{\frown}{ء ب}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{ء ب}$) = ٢٢٠ − ١٠٠ = ١٢٠°

∴ ق (∠ ء جـ ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠°

---

⑮ في الشكل المقابل :



أوجد :

① ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$)

② ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$)

البرهان

∵ ق (∠ أ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$) − ق ($\overset{\frown}{ء ب}$)]

٣٠ = $\frac{1}{2}$ [ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$) − ٤٤]

٦٠ = ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$) − ٤٤

∴ ق ($\overset{\frown}{جـ هـ}$) = ١٠٤° ← ①

∵ ق (∠ ء جـ هـ) = ٤٨° ∴ ق ($\overset{\frown}{ء هـ}$) = ٩٦°

∴ ق ($\overset{\frown}{ب جـ}$) = ٣٦٠ − (١٠٤ + ٩٦ + ٤٤) = ١١٦°

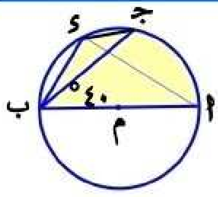
---

⑯ $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة م ،

ق (∠ أ ب جـ) = ٤٠° ، ء ∈ $\overset{\frown}{ب جـ}$. **أوجد :**

ق (∠ جـ ء ب)

البرهان



العمل : نرسم $\overline{أ ء}$

∵ $\overline{أ ب}$ قطر في الدائرة

∴ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

، ∵ ق (∠ أ ء جـ) = ق (∠ أ ب جـ) = ٤٠°

(محيطيتان مشتركتان في $\overset{\frown}{أ جـ}$)

∴ ق (∠ جـ ء ب) = ٩٠° + ٤٠° = ١٣٠°

أسئلة الشكل الرباعي الدائري :

① اذكر ثلاث حالات يكون فيها الشكل الرباعي دائريا

البرهان

① إذا وجدت زاويتان مرسومتان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها متساويتان في القياس .

② إذا وجدت زاويتان متقابلتان ومتكاملتان .

③ إذا وجدت زاوية خارجة عند أحد رؤوسه تساوي المقابلة للمجاورة لها من الداخل .

---

② أ ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه ،

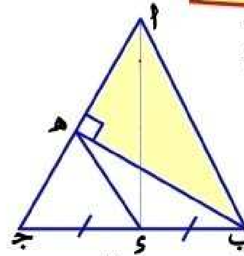
أ ب = أ جـ ، ء منتصف $\overline{ب جـ}$ ، رسم

$\overleftrightarrow{ب هـ} \perp \overline{أ جـ}$ حيث $\overleftrightarrow{ب هـ} \cap \overline{أ جـ}$ = {هـ} .

أثبت أن : النقط أ ، ب ، ء ، هـ يمر بها دائرة واحدة

البرهان

العمل : نرسم $\overline{أ ء}$



∵ أب = أج ، ء منتصف بج

أء ⊥ بج

، ∵ بهـ ⊥ أج

∴ ق (∠ أءب) = ق (∠ أهـب) = ٩٠°

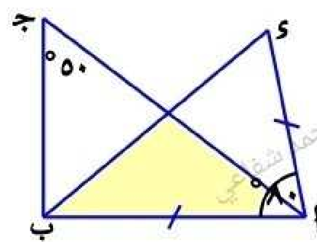
وهما مرسومتان على أب وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أبءهـ رباعي دائري

∴ النقط أ، ب ، ء ، هـ تمر بهم دائرة واحدة .

---

٣ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

النقط أ ، ب ، ج ، ء

تمر بها دائرة واحدة .

البرهان

في Δ أبء ∵ أب = أء ، ق (∠أ) = ٨٠°

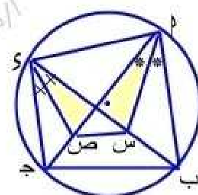
∴ ق (∠ء) = ق (∠أبء) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠°

∴ ق (∠ء) = ق (∠ج) = ٥٠°

وهما مرسومتان على القاعدة أب وفى جهة واحدة منها ∴ النقط أ ، ب ، ج ، ء تمر بها دائرة واحدة

---

٤ في الشكل المقابل :



أبجء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة

أثبت أن : أولاً : الشكل أسصء رباعي دائري

ثانياً : سص // بج

البرهان

∵ الشكل أبجء رباعي دائري

∴ ق (∠بأج) = ق (∠بءج)

مرسومتان على قاعدة بج وفى جهة واحدة منها

، ∵ أس ينصف ∠ بأج ∠ ب م ج ، أص

ينصف ∠ بءج

∴ $\frac{١}{٢}$ ق (∠بأج) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠بءج)

∴ ق (∠س أص) = ق (∠سءص)

وهما مرسومتان على قاعدة سص وفي جهة واحدة منها

∴ الشكل أسصء رباعي دائري ← أولاً

، الشكل أسصء رباعي دائري

∴ ق (∠ءأص) = ق (∠ءسص) ← ①

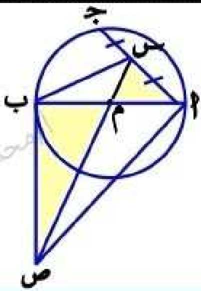
، ق (∠ءأج) = ق (∠ءبج) ← ②

من ① ، ② ∴ ق (∠ءبج) = ق (∠ءسص)

وهما في وضع تناظر ∴ سص // بج

---

٥ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

الشكل أسبص

رباعي دائري

البرهان

∵ س منتصف أج ∴ مس ⊥ أج

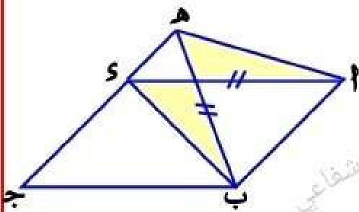
∵ أب قطر ، بص مماس عند ب ∴ بص ⊥ أب

∴ ق(∠أسص) = ق(∠أبص) = ٩٠°

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة أص وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أسبص رباعي دائري

---

٦ في الشكل المقابل :



أبجء متوازي أضلاع

، بهـ = أء

أثبت أن : الشكل أبءهـ رباعي دائري

البرهان

∵ الشكل أبجء متوازي أضلاع ∴ أء = بج

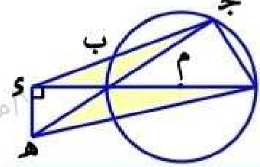
، ∵ بهـ = أء ∴ بهـ = بج

∴ ق(∠بهـج) = ق(∠ج) ← ① ،

∵ ق(∠بأء) = ق(∠ج) ← ②

خواص متوازي الأضلاع ∴ من ①، ② ينتج أن :
ق(∠ب أ ى) = ق(∠ب هـ ى)
وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة ب ى وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أ ب ى هـ رباعي دائري

❼ في الشكل المقابل :

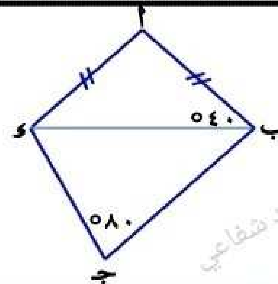


أثبت أن :
الشكل أ جـ ى هـ رباعي دائري

البرهان

∵ أ ب قطر ∴ ق (∠أ جـ ب) = ٩٠°
محيطية مرسومة في نصف دائرة
، ∵ ى هـ ⊥ أ ب ∴ ق (∠أ ى هـ) = ٩٠°
∵ ق (∠أ جـ هـ) = ق (∠أ ى هـ)
وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة أ هـ وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أ جـ ى هـ رباعي دائري

❽ في الشكل المقابل :

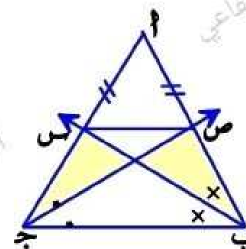


أثبت أن :
الشكل أ ب جـ ى رباعي دائري

البرهان

أ ب = أ ى ∴ ق(∠أ ى ب) = ق(∠أ ب ى) = ٤٠° ∴ ق(∠أ) = ١٠٠°
∵ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٠٠° + ٨٠° = ١٨٠° وهما متقابلتان ومتكاملتان
∴ الشكل أ ب جـ ى رباعي دائري

❾ في الشكل المقابل :



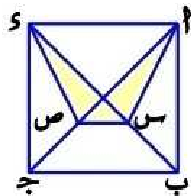
أثبت أن :
أولاً : الشكل ب جـ س ص رباعي دائري
ثانياً : س ص // ب جـ

البرهان

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (∠ب) = ق (∠جـ)
∵ ب س ينصف ∠ب ، جـ ص ينصف ∠جـ
∴ $\frac{1}{2}$ ق (∠ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠جـ)
∴ ق(∠ص ب س) = ق(∠ص جـ س) وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة ص س وفي جهة واحدة منها
∴ الشكل ب جـ س ص رباعي دائري ← أولاً
∵ ق(∠ص جـ ب) = ق(∠ص س ب) ← ① مرسومتان على قاعدة واحدة
، ق(∠ص جـ ب) = ق(∠جـ ب س) ← ②
من ①، ② ق(∠س ب جـ) = ق(∠ص س ب) ∴ وضع تبادل ∴ س ص // ب جـ

❿ أ ب جـ ى مربع ، أ س ينصف ∠ب أ جـ ويقطع ب ى في س ، ى ص ينصف ∠جـ ى ب ويقطع أ جـ في ص أثبت أن : الشكل أ س ص ى رباعي دائري

البرهان



∵ أ جـ ، ب ى قطري المربع
∴ ق(∠ب أ جـ) = ق(∠ب ى جـ)
، ∵ أ س ينصف ∠ب أ جـ
، ى ص ينصف ∠جـ ى ب
∴ ق(∠س أ ص) = ق(∠س ى ص)
وهما زاويتان مرسومتان على قاعدة س ص وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل أ س ص ى رباعي دائري

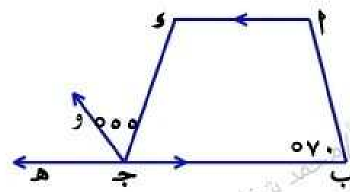
⓫ أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ جـ حيث ق(أ س) = ق(أ ص) ، جـ س ∩ أ ب = {ى} ، ب ص ∩ أ جـ = {هـ}
أثبت أن : الشكل ب جـ هـ ى رباعي دائري

البرهان



∵ ق(أ س) = ق(أ ص)
∴ ق(∠أ جـ س) = ق(∠أ ب ص)
وهما مرسومتان على ى هـ وفي جهة واحدة منها ∴ الشكل ب جـ هـ ى رباعي دائري .

١٢ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

البرهان

∵ جو ينصف ∠ ء جـ هـ

∴ ق(∠ ء جـ هـ) = ١١٠°

∵ أء // بجـ ∴ ق(∠أ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

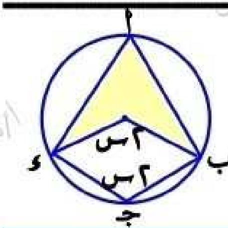
∵ ق(∠ ء جـ هـ) = ق(∠أ)

وهي خارجه عن الشكل الرباعي

∴ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

---

١٣ في الشكل المقابل :



أوجد ق(∠أ)

البرهان

∵ ق(∠أ) = ١/٢ ق(∠ ب م ء) = س

محيطية ومركزية مشتركتان في بء⌢

، ∵ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

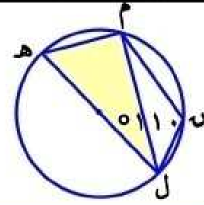
∴ ق(∠أ) + ق(∠جـ) = ١٨٠°

∴ س + ٢س = ١٨٠° ∴ ٣س = ١٨٠°

∴ س = ٦٠° ∴ ق(∠أ) = ٦٠°

---

١٤ في الشكل المقابل :



أوجد

ق(∠ م ل هـ)

البرهان

∵ لهـ قطر ∴ ق(∠ ل م هـ) = ٩٠°

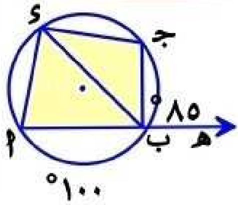
∵ الشكل ن ل هـ م رباعي دائري

∴ ق(∠ هـ) = ١٨٠° − ٧٠° = ١١٠°

∴ ق(∠ م ل هـ) = ٢٠°

---

١٥ في الشكل المقابل :



أوجد :

ق(∠بءجـ)

البرهان

∵ ق(أب⌢) = ١١٠°

، ∠ أءب زاوية محيطية قوسها أب⌢

∴ ق(∠أءب) = ١/٢ ق(أب⌢) = ٥٥°

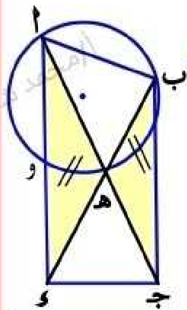
∵ ∠ جبهـ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري

أبجء ∴ ق(∠جبهـ) = ق (∠جءأ) = ٨٥°

∴ ق (∠بءجـ) = ٨٥° − ٥٥° = ٣٠°

أسئلة المماسات والزاوية المماسة :

١ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

البرهان

∵ بجـ مماس

∴ ق(∠ جـ ب ء) = ق(∠ جـ أ ب) ⟵ ①

(مماسية ومحيطية مشتركتان في بهـ⌢)

∵ هـ منتصف بو⌢ ∴ ق(بهـ⌢) = ق(هـو⌢)

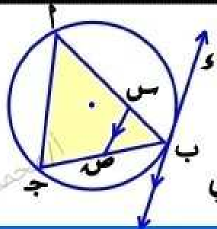
∴ ق(∠ جـ أ ء) = ق(∠ جـ أ ب) ⟵ ②

من ①، ② ينتج ان : ق(∠ جـ ب ء) = ق(∠ جـ أ ء)

∴ الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

---

٢ في الشكل المقابل :



أثبت أن :

الشكل أ س ص جـ رباعي دائري

البرهان

∵ بء مماس للدائرة

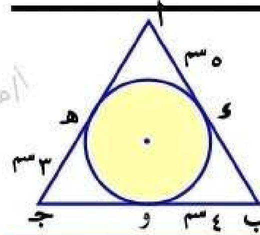
∴ ق(∠ أ ب ء) = ق(∠ جـ) ⟵ ①

(مماسية ومحيطية مشتركتان في أب⌢)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ى}}$ ∴ ق(∠ أ ب ى) =
ق(∠ ب س ص) ⟵ ② بالتبادل من ①، ②
ينتج ان ق(∠ ب س ص) = ق(∠ ج) وهي خارجة عن الشكل الرباعي
∴ الشكل أ س ص ج رباعي دائري

③ في الشكل المقابل :

احسب محيط Δ أ ب ج

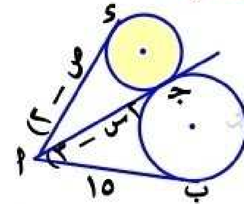


البرهان

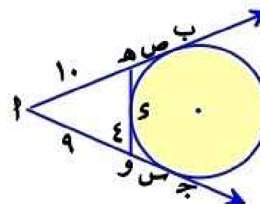
∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب ج}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$ مماسات للدائرة
∴ أ ى = أ هـ = ٥ سم، ب ى = ب و = ٤ سم، ج هـ = ج و = ٣ سم ∴ أ ب = ٩ سم، = ٧ ب ج سم، أ ج = ٨ سم
∴ محيط Δ أ ب ج = ٩ + ٧ + ٨ = ٢٤ سم

④ في الأشكال التالية : أوجد قيمة كل من الرمزين س ، ص في كل مما يأتي :

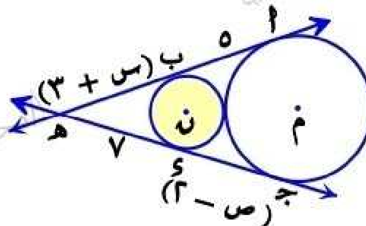
① ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$ مماسان
∴ أ ب = أ ج
∴ ٢س − ٣ = ١٥
∴ ٢س = ١٨ ∴ س = ٩
∴ ص − ٢ = ٩ ∴ ص = ١١



② ∵ $\overline{\text{ى و}}$ ، $\overline{\text{ج و}}$ مماسان
∴ ى و = ج و ∴ س = ٤
∴ أ ج = ١٣سم
∵ أ ب = أ ج ∴ ص + ١٠ = ١٣ ∴ ص = ٣

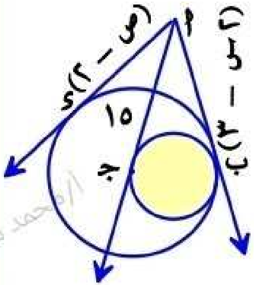


③ ∵ $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ى هـ}}$ مماسان للدائرة ن
∴ ب هـ = ى هـ
∴ س + ٣ = ٧ ∴ س = ٤
، ∵ $\overleftarrow{\text{أ هـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ج هـ}}$ مماسان للدائرة م ∴ أ هـ = ج هـ



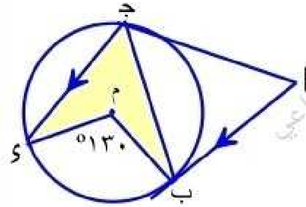
∴ ٥ + (س + ٣) = (ص − ٢) + ٧
∴ ١٢ = ص − ٥ ∴ ص = ١٧

④ ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$ مماسان
∴ أ ب = أ ج
∴ ٢س − ٣ = ١٥
∴ ٢س = ١٨ ∴ س = ٩
∴ ص − ٢ = ١٥ ∴ ص = ١٧



⑤ في الشكل المقابل :

أولاً : اثبت أن : $\overleftarrow{\text{ب ج}}$ ينصف ∠ أ ج ى
ثانياً : أوجد : ق (∠أ)



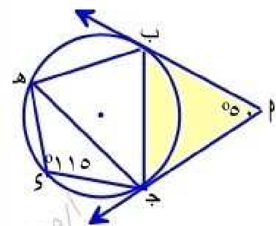
البرهان

∵ ∠ ب م ى مركزية، ∠ ب ج ى محيطية مشتركتان في $\overset{\frown}{\text{ب ى}}$
ق(∠ب ج ى) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ب م ى) = ٦٥° ⟵ ①
∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ج ى}}$ ق(∠ب ج ى) = ق(∠أ ب ج) بالتبادل
، ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ج}}$ مماسان للدائرة ∴ أ ب = أ ج
ق(∠أ ب ج) = ق(∠أ ج ب) ⟵ ②
من ①، ② ينتج أن : ق(∠أ ج ب) = ق (∠ب ج ى)
$\overleftarrow{\text{ب ج}}$ ينصف ∠ أ ج ى ⟵ أولاً
ق (∠أ) = ١٨٠° − (٦٥° + ٦٥°) = ٥٠° ⟵ ثانياً

⑥ في الشكل المقابل :

اثبت أن :

أولاً : $\overleftarrow{\text{ج ى}}$ ينصف ∠ أ ب هـ
ثانياً : ج ب = ج هـ



البرهان

∵ الشكل أ ب ج ى رباعي دائري
ق(∠ج ب هـ) + ق(∠ى) = ١٨٠°
∴ ق(∠ج ب هـ) = ١٨٠° − ١١٥° = ٦٥° ⟵ ①

∵ أب ، أج مماسان ∴ أب = أج

∴ ق(∠أبج) = ق(∠أجب) = ٦٥° ← ②

من ① ، ② ينتج أن : ق(∠أبج) = ق(∠جبهـ)

∴ جء ينصف ∠أبهـ ← أولا

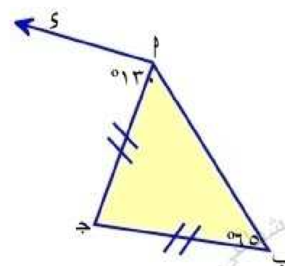
∵ ∠بهـج ، ∠أجب مماسية مشتركتان في بج

∴ ق(∠بهـج) = ق(∠أجب) = ٦٥°

، ∵ ق(∠جبهـ) = ق(∠جهـب) ∴ جب = جهـ

---

⑦ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس المثلث أبج

البرهان

∵ أج = بج

∴ ق (∠أبج) = ق (∠جأب) = ٦٥° ،

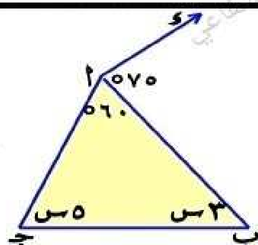
∵ ق (∠ءأب) = ١٣٠° ∴ ق (∠ءأج) = ٦٥° ،

∵ ق (∠ءأج) = ق (∠أبج)

∴ أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج

---

⑧ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج

البرهان

∵ ∴ ق(∠بأج) + ق(∠ب) + ق(∠ج) = ١٨٠° ∴ ٦٠° + ٣س + ٥س = ١٨٠°

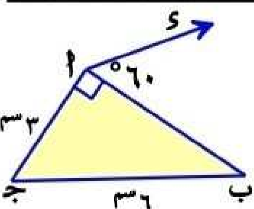
∴ ٨س = ١٢٠° ∴ س = ١٥° ∴ ق(∠ج) = ٧٥°

∵ ق(∠ج) = ق(∠ءأب)

∴ أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج

---

⑨ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج

البرهان

∵ ق(∠أ) = ٩٠° ، أج = ١/٢ أب

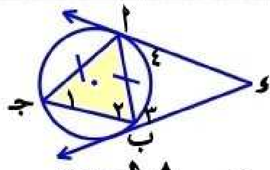
∴ ق(∠ب) = ٣٠° ∴ ق(∠ج) = ٦٠°

∵ ق(∠ءأب) = ق(∠ج)

∴ أء مماس للدائرة التي تمر برؤوس Δ أ ب ج

---

⑩ في الشكل المقابل :



اثبت أن :

أج مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

البرهان

∵ أ ب = أ ج ∴ ق(∠١) = ق(∠٢)

، ∵ ءأ ، ءب مماسان للدائرة

∴ ق(∠٣) = ق(∠٤) ∴ ق(∠١) = ق(∠٣)

محيطية ومماسيه مشتركتان في أب

∴ ق(∠٢) = ق(∠٤)

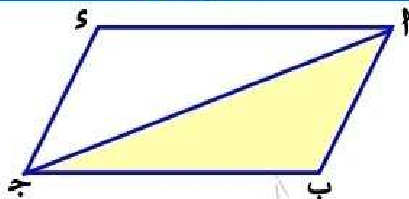
∴ ق(∠ء) = ق(∠بأج)

∴ أج مماس للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب ء

---

⑪ أبجء متوازي أضلاع فيه أج = بج **اثبت أن :** جء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أبج

البرهان



∵ أ ج = ب ج

ق (∠جأب) = ق (∠أبج) ← ① ،

∵ الشكل أبجء متوازي أضلاع ∴ أء // بج

ق (∠جأب) = ق (∠أجء) ← ② بالتبادل

∴ ق (∠أبج) = ق (∠أجء)

∴ جء مماس للدائرة الخارجة للمثلث أبج .